УДК 538.945

ЛОКАЛЬНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В НЕРЕГУЛЯРНОЙ ВИХРЕВОЙ РЕШЕТКЕ СВЕРХПРОВОДНИКА II РОДА

А.В. Минкин, С.Л. Царевский

Казанский государственный университет
E-mail: Alexander.Minkin@ksu.ru

С помощью модифицированного уравнения Лондонов для сверхпроводников II рода с κ>>1 (κ – параметр Гинзбурга-Ландау) найдено распределение магнитного поля $\mathbf{h}(\rho,z)$ и функция распределения $f(h,z,\sigma)$ для регулярной и нерегулярной решеток вихрей Абрикосова на разных глубинах z от поверхности сверхпроводника. Показано, что в зависимости от «степени нерегулярности» вихревой решетки сверхпроводника локальное магнитное поле существенно изменяется.

В последние годы значительно возрос интерес к изучению приповерхностных свойств высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП). Это связано с двумя обстоятельствами. Во-первых, такие экспериментальные методы, как ЯМР [1, 2], методы сканирования магнитного поля на поверхности сверхпроводника [3, 4] дают детальные сведения о различных свойствах сверхпроводников вблизи поверхности образца. Во-вторых, в связи с возможным использованием ВТСП-пленок в различного типа наноструктурах [5, 6]. Для надежной интерпретации экспериментальных данных во многих случаях необходимо знать функцию распределения локального магнитного поля сверхпроводника на различной глубине от поверхности образца. До сих пор вычисление функции распределения локального магнитного поля проводились либо для регулярных вихревых решеток [7–10], либо для случая полного хаоса в распределении вихрей Абрикосова – случайного некоррелированного распределения вихрей [11], при котором нет никаких признаков регулярной вихревой решетки. Однако достаточно часто реализуется случай нерегулярной вихревой решетки. Ее можно представить как решетку вихрей, в которой каждый i-ый вихрь расположен не точно в узле регулярной решетки, а смещен на некоторый случайный вектор a_i от своего регулярного положения в решетке при условии, что a_i<<L (L – среднее расстояние между вихрями). Такие смещения a_i могут происходить как вследствие пиннинга вихрей, так и вследствие достаточно медленных тепловых колебаний вихревой решетки.

Именно такое состояние ВТСП приводит к ряду особенностей, например, к немонотонной зависимости критического тока $J_c(H)$ от внешнего магнитного поля **H**, "*fishtail*" эффекту [12], электрической бистабильности [13], изменению характера поглощения микроволновой энергии [14] и т.д.

Для случая, когда вихревая структура сверхпроводника представляет собой регулярную решетку, локальное магнитное поле $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\rho})$ в приповерхностной области ВТСП рассчитано в лондоновском приближении в ряде работ [7–10]. Важно отметить, что в этих расчетах использовалось представление о вихрях с бесконечно тонкой сердцевиной, так что магнитное поле сверхпроводника в ближайших окрестностях центров вихрей становилось бесконечным и приходилось использовать процедуру «обрезания» решения для магнитного поля в ближайших окрестностях вихрей. Для одиночного вихря и для регулярной решетки в бесконечном сверхпроводнике, занимающем все пространство, такую процедуру «обрезания» решения можно было достаточно просто обосновать. Однако такая процедура «обрезания» становится неопределенной для нерегулярной вихревой решетки, так как ближайшие окрестности для различных вихрей будут отличаться друг от друга. Это означает, что для нерегулярной вихревой решетки использование модели вихря с бесконечно тонкой сердцевиной (это соответствует появлению в правой части уравнений Лондонов двумерных δ-функций) становится несправедливым. Ясно, что сингулярность возникает из-за слишком упрощенного представления о структуре сердцевины вихря в уравнении Лондонов. Если считать, что параметр порядка изменяется на расстоянии $\sim\xi$ (ξ – длина когерентности) от центра вихря, то последовательный учет этого обстоятельства приводит к модификации уравнения Лондонов для $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\rho})$ [15].

Модифицированное уравнение Лондонов для локального магнитного поля $h(r)$ одноосного анизотропного сверхпроводника с параметром $\kappa>>1$ (κ – параметр Гинзбурга-Ландау) расположенного во внешнем магнитном поле **H** $(0,0,H)$ ($H_{c1}<H<H_{c2}$, где H_{c1}, H_{c2} – первое и второе критические поля) в случае, когда вихри направлены вдоль оси анизотропии $\mathbf{c}\parallel\mathbf{z}$, имеет вид:

$$h_i - m_{kl}\varepsilon_{ils}\varepsilon_{ktj}h_{j,st} = \frac{1}{\kappa\xi}\nu_i\sum_\nu \delta(|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_\nu|-\xi), \qquad (1)$$

где $h_{i,st}=\partial^2 h_i/\partial x_s \partial x_t$, где $i,s,t=x,y,z$, m_{kl} – тензор масс, ε_{ils} – единичный антисимметричный тензор, $\boldsymbol{\nu}$ – направление оси вихря, $\boldsymbol{\rho}_i$ – радиус-вектор сердцевины i-ого вихря, $\boldsymbol{\rho}$ – радиус-вектор в плоскости (x,y). Здесь и далее используются безразмерные единицы: расстояние измеряется в единицах λ, а магнитное поле – в единицах Φ_0/λ^2 (Φ_0 – квант магнитного потока).

В работе [15] на основе решения модифицированного уравнения Лондонов для анизотропного сверхпроводника с соответствующими граничными условиями получены аналитические выражения для Фурье-компонент локального магнитного поля $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{\rho})$ регулярной вихревой решетки сверхпроводника.

Локальное магнитное поле в нерегулярной вихревой решетке будет определяться ур. (1), описывающим суперпозицию вихрей. Однако ясно, что локальное магнитное поле в этом случае уже не будет пространственно-периодическим в плоскости (x, y) (мы по-прежнему предполагаем, что внешнее магнитное поле направлено вдоль оси $\mathbf{c}\parallel\mathbf{z}$). В этом случае можно использовать метод преобразования Фурье, только вместо суммы по обратным векторам решетки появится двумерный интеграл по обратному пространству. С вычислительной точки зрения вычисление интеграла сведется к вычислению интегральной суммы. Это означает, что плоскость (x, y) можно представить в виде двумерной периодически-повторяющейся структуры вихрей, причем, чем больше период этой структуры, тем точнее будет вычислена интегральная сумма. Для не слишком плотных вихревых решеток, для которых $L\gtrsim\lambda$, в качестве такой периодически-повторяющейся структуры можно взять часть регулярной решетки, состоящей из четырех элементарных ячеек, в которой один вихрь смещен на вектор **a** от своего регулярного положения.

Уравнения для Фурье-компонент локального магнитного поля в нерегулярной решетке анизотропного сверхпроводника будут иметь вид аналогичный уравнениям для Фурье-компонент регулярной решетки анизотропного сверхпроводника [15]. Используя обратное преобразование Фурье можно восстановить локальное магнитное поле $\mathbf{h}(\boldsymbol{\rho},\mathbf{a},z)$ в расширенной ячейке, в которой один вихрь смещен на вектор **a** из своего регулярного положения. Как и в работах [9, 10], можно снова использовать быстрое преобразование Фурье. При $\mathbf{a}=0$ получим локальное магнитное поле регулярной решетки $\mathbf{h}_{reg}(\boldsymbol{\rho},z)$ на различных глубинах z внутри сверхпроводника.

На рис. 1 представлены линии одинаковых значений локальных магнитных полей $\mathbf{h}_{reg}(\boldsymbol{\rho},z)$ и $\mathbf{h}(\boldsymbol{\rho},\mathbf{a},z)$, вычисленные в расширенной вихревой ячейке, которая разбивается на 512×512 точек. Как видно из рис. 1, *b*, неоднородное распределение магнитного поля заметно меняется, наблюдаются области сгущения и разрежения магнитного поля, что соответствует уменьшению значения магнитного поля в области седловых точек и минимального значения в центре треугольной решетки. При вычислениях мы выбрали значение отношения $\Gamma=25$, которое отражает анизотропию высокотемпературного сверхпроводника YBaCuO с $T_c=90$ K. Внешнее магнитное поле имеет значение $H=2$ (в единицах Φ_0/λ^2). Для того, чтобы получить более детальную картину распределения магнитного поля, вычислим функцию распределения $f(h,z,\rho)$ локального магнитного поля в сверхпроводнике с нерегулярной вихревой решеткой на выделенной

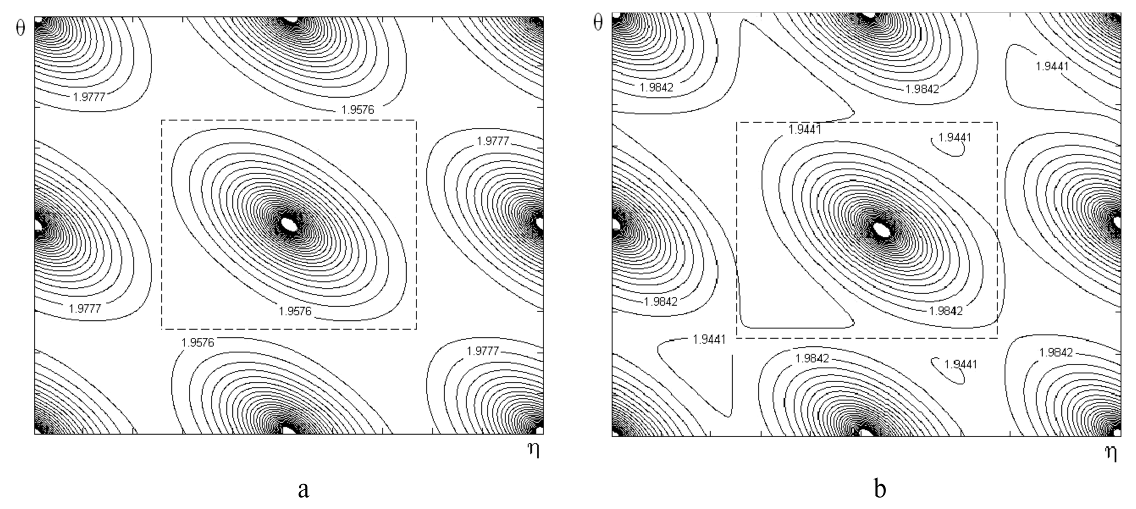


Рис. 1. *Линии одинаковых значений магнитного поля* ***h****(****ρ****,****a****,z) на поверхности сверхпроводника (z=0): a) для регулярной вихревой решетки, b) со смещенным центром вихря. ζ=0,04. Смещение* ***a****=(0,05L, 0). Контурные линии нарисованы в неортогональной системе отсчета (η,θ) [11]*

пунктиром части S_0 расширенной ячейки вокруг смещенного вихря (рис. 1):

$$f(h,a,z) = \frac{\iint \delta(h(\boldsymbol{\rho},\mathbf{a},z)-h)d^2\boldsymbol{\rho}}{\iint d^2\boldsymbol{\rho}}. \qquad (2)$$

В (2) интегралы берутся по выделенной части S_0. Предположим, что центры вихревых нитей смещены из положений в регулярной решетке в соответствии с нормальным двумерным законом распределения $W(a,\sigma)$ ($\sqrt{a_x^2+a_y^2}$, σ – дисперсия случайной величины a). Тогда для функции распределения локального магнитного поля $f(h,z,\rho)$ на глубине z сверхпроводника, в котором вихревая структура представляет собой нерегулярную решетку вихрей, получим:

$$f(h,z,\sigma) = \iint f(h,a,z)W(a,\sigma)d^2\mathbf{a}. \qquad (3)$$

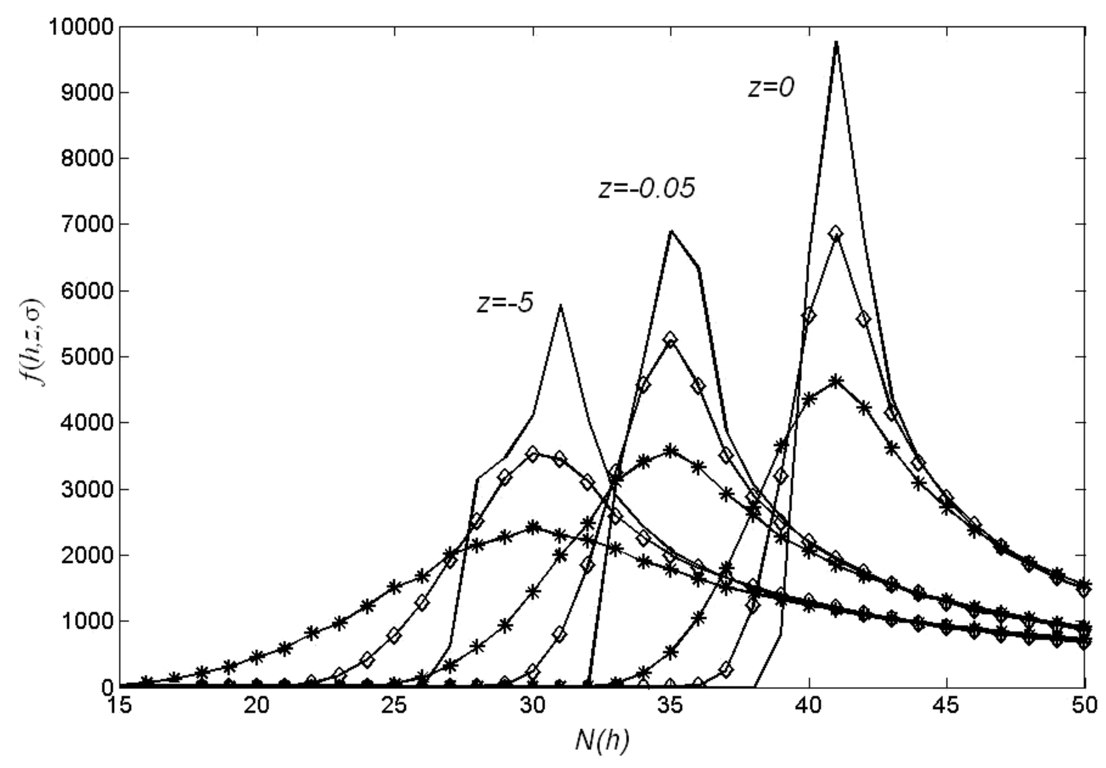


Рис. 2. *Функция распределения f(h,z,****ρ****) локального магнитного поля h в элементарной ячейке нерегулярной вихревой решетки на различных расстояниях z от поверхности сверхпроводника. f(h,z,****ρ****) идеальной треугольной вихревой решетки изображена сплошной линией, сплошная линия с символом ромба проведена для случая, когда σ=0,05L, а сплошная линия с символом звездочка для случая, когда σ=0,1L. По оси абсцисс отложены значения поля в единицах* $50(h-h_{min})/(H-h_{min})$*;* h_{min}*=1,7388 – значение минимального магнитного поля в сверхпроводнике для σ=0,1L на глубине z=–5*

Расчет функции распределения $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$ с использованием формулы (3) для различных значений σ представлен на рис. 2. Из рисунка видно резкое отличие вида функции распределения локального магнитного поля в приповерхностной области сверхпроводника для различных значений z. Это связано с тем, что силовые линии магнитного поля вихря по мере приближения к поверхности сверхпроводника расходятся, так что неоднородность локального магнитного поля уменьшается (более подробно см. [9–11]). Как известно [16], напряженность магнитного поля в треугольной вихревой решетке имеет три типа особых точек: максимумы расположены в узлах вихревой решетки, минимумы – в центрах треугольников, образующих решетку и точки перевалов (седловые точки) – на серединах ребер элементарных ячеек. Плотность распределения такой функции имеет три особенности ван Хова. Сравнение (рис. 2) функции распределения $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$ нерегулярной вихревой решетки ($\sigma\neq0$) с $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$ треугольной решетки ($\sigma=0$) выявляет существенные отличия: логарифмическая особенность ван Хова заменяется плавным максимумом, а также исчезает скачок функции распределения, соответствующий минимальному локальному полю. Появление соответствующих особенностей в кривой $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$ связано с образованием областей сгущения и разряжения локального магнитного поля вызванного $\boldsymbol{a}_i$ смещением вихрей (в частности, рис. 1, *b*). Поскольку локальное магнитное поле определяется суперпозицией полей отдельных вихрей, то наибольшему $\boldsymbol{a}_i$ смещению соответствует наименьшее значение вероятности $W(a,\sigma)$, т.е. совсем малое число вихрей способно сместиться на значительное расстояние от положения в регулярной вихревой решетке. Чем меньше величина смещения вихрей $\boldsymbol{a}_i$, тем больше значение вероятности $W(a,\sigma)$, т.е. тем большее число вихрей смещается на заданное незначительное расстояние $\boldsymbol{a}_i$. В результате на графике функции $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$ локального магнитного поля с нерегулярным расположение вихрей минимальное магнитное поле плавно нарастает, а резкий максимум регулярной вихревой решетки (соответствующий области седловых точек) заменяется плавным в нерегулярных решетках, что можно интерпретировать, как наиболее вероятное значение локального магнитного поля. Из анализа формы линии функции распределения можно установить тип вихревой решетки [16]. В случае нерегулярных вихревых решеток, в которых положение вихрей описываются вероятностью $W(a,\sigma)$, можно установить «степень нерегулярности» решетки, т.е. установить значение параметра σ из анализа формы линии $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$. Как видно из рис. 2, для случайных смещений $\boldsymbol{a}_i$, описываемых различной вероятностью $W(a,\sigma)$, функция распределения $f(h,z,\boldsymbol{\rho})$ меняется. С увеличением дисперсии σ происходит уменьшение минимального значения локального магнитного поля, а максимум становится более плавным. Данные обстоятельства можно использовать для оценки параметра σ.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF (REC-007) и фонда НШ № 1708.2003.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kakuyanagi K., Kumagai K., Matsuda Y. Quasiparticle excitation in and around the vortex core of underdoped $YBa_2Cu_4O_8$ studied by site-selective NMR // Phys. Rev. B. – 2002. – V. 65. – № 6. – P. 0605031–0605034.
2. Dow J.D., Blackstead H.A., Ren Z.F., Wang D.Z. Magnetic resonance of Cu of Gb in insulating $GbSr_2Cu_3NbO_8$ and in superconducting $GbSr_2Cu_3RuO_8$ // Письма в ЖЭТФ. – 2004. – Т. 80. – С. 216–220.
3. Vinnikov L.Ya., Karpinski J., Kazakov S.M. e.a. Vortex structure in MgB_2 single crystals observed by the Bitter decoration technique // Phys. Rev. B. – 2003. – V. 67. – № 9. – P. 092512–092515.
4. Eskildsen M.R., Kugler M., Tanaka S. e.a. Vortex Imaging in the π Band of Magnesium Diboride // Phys. Rev. Lett. – 2002. – V. 89. – № 18. – P. 187003–187007.
5. Garifullin I.A., Tikhonov D.A., Garif'yanov N.N. e.a. Re-entrant superconductivity in the superconductor/ferromagnet V/Fe layered system // Phys. Rev. B. – 2002. – V. 66. – № 2. – P. 0205051–0205054.
6. Proshin Yu.N., Izumov Yu.A., Khusainov M.G. *pi* magnetic states of ferromagnet/superconductor superlattices // Phys. Rev. B. – 2001. – V. 64. – № 5. – P. 0645221–0645225.
7. Campbell L.J., Doria M.M., Kogan V.G. Vortex lattice structure in uniaxial superconductors // Phys. Rev. B. – 1988. – V. 38. – № 4. – P. 2439–2443.
8. Kogan V.G., Simonov A.Yu., Ledvij M. Magnetic field of vortices crossing a superconductor surface // Phys. Rev. B. – 1993. – V. 48. – № 1. – P. 392–397.
9. Кочелаев Б.И., Шарин Е.П. Распределение локального магнитного поля вихревой решетки вблизи поверхности анизотропного сверхпроводника // Сверхпроводимость: физика, химия, техника. – 1992. – Т. 5. – № 11. – С. 1982–1992.
10. Ефремова С.А., Царевский С.Л. Распределение локального магнитного поля вихревой решетки вблизи поверхности анизотропного сверхпроводника в наклонных полях // Физика твердого тела. – 1997. – Т. 39. – № 11. – С. 1935–1939.
11. Минкин А.В., Царевский С.Л. Распределение локального магнитного поля в сверхпроводниках с некоррелированным случайным расположением вихрей Абрикосова // Физика твердого тела. – 2004. – Т. 46. – № 3. – С. 410–413.
12. Küpfer H., Wolf Th., Lessing C. e.a. Peak effect and its evolution from oxygen deficiency in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ single crystals // Phys. Rev. B. – 1998. – V. 58. – № 5. – P. 2886–2894.
13. Gurevich A., Vinokur V.M. Nonlinear Electrodynamics of randomly inhomogeneous superconductors // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. 83. – № 15. – P. 3037–3040.
14. Shaposhnikova T., Talanov Yu., Vashakidze Yu. Origin of the irreversible microwave absorption versus the state of vortex matter in $Bi_2Sr_2CaCu_2O_x$ single crystals // Physica C. – 2003. – V. 385. – № 3. – P. 383–392.
15. Minkin A.V., Tsarevskii S.L. Magnetic field of type II superconductors in the normal flux core model // MRS e. j. – 2004. – V. 6. – № 1. – P. 133–139.
16. Белоусов Ю.М., Горбунов В.Н., Смилга В.П., Фесенко В.И. Изучение свойств сверхпроводников II рода мюонным методом. // Успехи физических наук. – 1990. – Т. 160. – № 11. – С. 55–101.